

## Übungsblatt 11

zur Vorlesung „Geometrie für das Lehramt“

Sommersemester 2020

**Aufgabe 11.1.** (a) In  $\mathbb{E}^2$  sind die Punkte  $\mathbf{M}_1 = (1, -1)$ ,  $\mathbf{M}_2 = (3, 5)$  und  $\mathbf{S} = (4, 2)$  gegeben. Bestimmen Sie die Eckpunkte  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  des Dreiecks in  $\mathbb{E}^2$ , für das  $\mathbf{M}_1$  und  $\mathbf{M}_2$  die Mittelpunkte der Seiten  $\overline{\mathbf{AB}}$  bzw.  $\overline{\mathbf{BC}}$  sind und  $\mathbf{S}$  der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden ist. (5 Punkte)

(b) In der euklidischen Ebene  $\mathbb{E}^2$  sind die Punkte

$$\mathbf{D} = \left(\frac{6}{5}, \frac{17}{5}\right), \quad \mathbf{E} = \left(\frac{6}{5}, -\frac{7}{5}\right) \quad \text{und} \quad \mathbf{M} = (3, 1)$$

gegeben. Zeigen Sie, dass es genau ein gleichschenkliges Dreieck  $\Delta_{\mathbf{ABC}}$  in  $\mathbb{E}^2$  mit Basis  $\overline{\mathbf{BC}}$  gibt, für das  $\mathbf{M}$  der Mittelpunkt des Inkreises  $K_{\text{in}}$  ist und  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{E}$  die Berührungspunkte von  $K_{\text{in}}$  mit  $\overline{\mathbf{AB}}$  bzw.  $\overline{\mathbf{AC}}$  sind, und berechnen Sie die Eckpunkte  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  dieses Dreiecks. (5 Punkte)

**Aufgabe 11.2.** (a) Betrachten Sie die Geraden  $\mathbf{m}_1 = \{(x, y) \in \mathbb{E}^2 : x - y = 1\}$ ,  $\mathbf{m}_2 = \{(x, y) \in \mathbb{E}^2 : -x - y = 1\}$  sowie den Punkt  $\mathbf{H} = (1, 2)$ . Berechnen Sie die Eckpunkte  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  des Dreiecks in  $\mathbb{E}^2$ , so dass  $\mathbf{m}_1$  und  $\mathbf{m}_2$  die Mittelsenkrechten von  $\overline{\mathbf{AB}}$  bzw.  $\overline{\mathbf{BC}}$  sind und  $\mathbf{H}$  der Schnittpunkt der Höhen ist. (5 Punkte)

(b) In der euklidischen Ebene  $\mathbb{E}^2$  sind die Punkte  $\mathbf{M}_1 = (3, -3)$ ,  $\mathbf{M}_2 = (4, 4)$  und  $\mathbf{M} = (1, -2)$  gegeben. Berechnen Sie die Eckpunkte  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  des Dreiecks in  $\mathbb{E}^2$ , so dass  $\mathbf{M}_1$  und  $\mathbf{M}_2$  die Mittelpunkte der Seiten  $\overline{\mathbf{AB}}$  bzw.  $\overline{\mathbf{BC}}$  sind und  $\mathbf{M}$  der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist. (5 Punkte)

**Aufgabe 11.3.** Betrachten Sie das Dreieck  $\Delta_{\mathbf{ABC}}$  mit Eckpunkten  $\mathbf{A} = (-7, -11)$ ,  $\mathbf{B} = (16, 12)$  und  $\mathbf{C} = (-7, 19)$ .

(a) Bestimmen Sie den Umkreismittelpunkt  $\mathbf{M}_{\text{um}}$ , den Höhenschnittpunkt  $\mathbf{H}$  und den Schwerpunkt  $\mathbf{S}$  von  $\Delta_{\mathbf{ABC}}$ . (4 Punkte)

(b) Bestimmen Sie den Radius  $r_{\text{um}}$  des Umkreises von  $\Delta_{\mathbf{ABC}}$ . (2 Punkte)

(c) Berechnen Sie die Höhenfußpunkte  $\mathbf{H}_b$  und  $\mathbf{H}_c$ . (2 Punkte)

(d) Finden Sie alle Tangenten des Umkreises  $K$  von  $\Delta_{\mathbf{ABC}}$ , die parallel zur  $x$ -Achse sind. (2 Punkte)

**Aufgabe 11.4.** (a) Sei  $\Delta_{\mathbf{ABC}}$  ein Dreieck in  $\mathbb{E}^2$ . Seien  $\mathbf{D}, \mathbf{D}' \in \overline{\mathbf{AB}}$  die Berührungspunkte des Inkreises bzw. des Ankreises mit der Seite  $\overline{\mathbf{AB}}$ . Zeigen Sie, dass

$$\frac{|\overline{\mathbf{BD}}|}{|\overline{\mathbf{AD}}|} = \frac{\tan(\alpha/2)}{\tan(\beta/2)} = \frac{|\overline{\mathbf{AD}'|}}{|\overline{\mathbf{BD}'|}}. \quad (5 \text{ Punkte})$$

(b) Beweisen Sie, dass der Umkreismittelpunkt und der Inkreismittelpunkt eines Dreiecks  $\Delta_{\mathbf{ABC}}$  in  $\mathbb{E}^2$  genau dann übereinstimmen, wenn das Dreieck gleichseitig ist. (5 Punkte)

BITTE DIE HINWEISE AUF DER RÜCKSEITE BEACHTEN!

- Es sind Gruppenabgaben von bis zu 3 Studierenden erlaubt.
- Versuchen Sie jede Ihrer Abgaben mit Name, Vorname, Matrikelnummer und E-Mail-Adresse aller an der Abgabe Beteiligten.
- Die Einreichung erfolgt bitte nur in Form einer einzelnen PDF-Datei durch eine der an der Abgabe beteiligten Personen.
- Als Dateinamen ihrer Abgabe wählen Sie bitte **11-Matrikelnummer**, wobei „**Matrikelnummer**“ die Matrikelnummer der/des Einreichenden ist.
- Bitte reichen Sie Ihre Lösungen bis spätestens **08:00 am Montag, 20.07.2020**, unter dem im Stud.IP zu findenden Upload-Link ein.
- Die Studienleistung erbringen Sie durch Erreichen von mindestens 40% der insgesamt möglichen Punkte aus allen Aufgabenblättern.