Leibniz-Universität Hannover
Institut für Differentialgeometrie
Prof. Knut Smoczyk, Dr. Otto Overkamp, Dr. Stefan Rosemann

Übungsblatt 10

zur Vorlesung „Geometrie für das Lehramt“

Sommersemester 2019

Aufgabe 1. (a) Sei $\square_{\mathbf{ABCD}}$ ein Parallelogramm in der euklidischen Ebene $\mathbb{E}^2$. Zeigen Sie, dass für den Diagonalenschnittpunkt $\mathbf{S}$ (d.h. der Schnittpunkt von $\overline{\mathbf{AC}}$ und $\overline{\mathbf{BD}}$) gilt, dass $\overline{\mathbf{AS}} \equiv \overline{\mathbf{CS}}$ und $\overline{\mathbf{BS}} \equiv \overline{\mathbf{DS}}$. (5 Punkte)

(b) Sei $\square_{\mathbf{ABCD}}$ ein Parallelogramm in der euklidischen Ebene $\mathbb{E}^2$. Seien $\mathbf{E}, \mathbf{F} \in \mathbb{E}^2$ Punkte mit $\mathbf{A}|\mathbf{E}|\mathbf{B}$ und $\mathbf{C}|\mathbf{F}|\mathbf{D}$ und seien $\mathbf{G}, \mathbf{H}$ die Schnittpunkte von $\overline{\mathbf{AF}}$ mit $\overline{\mathbf{DE}}$ bzw. von $\overline{\mathbf{BF}}$ mit $\overline{\mathbf{CE}}$. Seien $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ die Schnittpunkte von $\mathbf{GH}$ mit $\overline{\mathbf{AD}}$ bzw. $\overline{\mathbf{BC}}$. Zeigen Sie, dass $\overline{\mathbf{AP}} \equiv \overline{\mathbf{CQ}}$. (5 Punkte)

Aufgabe 2. (a) Gegeben sind Punkte $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D} \in \mathbb{E}^2$, die zwei Dreiecke $\Delta_{\mathbf{ABC}}$ und $\Delta_{\mathbf{ADC}}$ bilden. Dabei ist

$$\measuredangle_{\mathbf{BAC}} = 30^\circ, \quad \measuredangle_{\mathbf{ABC}} = 120^\circ, \quad \measuredangle_{\mathbf{CAD}} = 60^\circ, \quad \measuredangle_{\mathbf{ADC}} = 90^\circ \quad \text{und} \quad |\overline{\mathbf{AB}}| = 4.$$

Berechen Sie $|\overline{\mathbf{CD}}|$. (3 Punkte)

(b) Seien $K_1 = K(\mathbf{M}_1, r_1)$ und $K_2 = K(\mathbf{M}_2, r_2)$ zwei Kreise in $\mathbb{E}^2$ mit den Mittelpunkten $\mathbf{M}_1$ bzw. $\mathbf{M}_2$ und den Radien $r_1 = 2$ bzw. $r_2 = 6$, die sich in einem Punkt $\mathbf{D} \in \mathbf{M}_1\mathbf{M}_2$ berühren. Sei $\mathbf{t}$ eine gemeinsame Tangente von K_1 und K_2 und sei $\mathbf{A}$ der Schnittpunkt von $\mathbf{t}$ mit der Geraden $\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2$. Außerdem seien $\mathbf{B}_1$ bzw. $\mathbf{B}_2$ die Berührpunkte von $\mathbf{t}$ mit K_1 bzw. K_2. Berechnen Sie $|\overline{\mathbf{AM}_1}|$ und $\measuredangle_{\mathbf{B}_1\mathbf{AM}_1}$. (3 Punkte)

(c) Gegeben sind ein Dreieck $\Delta_{\mathbf{ABC}}$ in $\mathbb{E}^2$, ein Punkt $\mathbf{P}$ auf der Seite $\overline{\mathbf{AB}}$ und ein Punkt $\mathbf{Q}$ auf der Strecke $\overline{\mathbf{PC}}$. Dabei ist

$$|\overline{\mathbf{AB}}| = 1, \quad |\overline{\mathbf{AC}}| = 2, \quad |\overline{\mathbf{QC}}| = \sqrt{2} \quad \text{und} \quad \measuredangle_{\mathbf{BQP}} = 60^\circ, \quad \measuredangle_{\mathbf{CBQ}} = 45^\circ.$$

Berechnen Sie $\measuredangle_{\mathbf{BAC}}$. (4 Punkte)

Aufgabe 3. (a) Es seien Dreiecke $\Delta_{\mathbf{ABC}}$ in $\mathbb{E}^2$ mit Seitenlänge $b = 4$ und Innenwinkel $\alpha = \frac{\pi}{6}$ gegeben. Messungen der Seitenlänge a ergeben

(1) $a = 1$,
(2) $a = 2$,
(3) $a = 2\sqrt{2}$,
(4) $a = 6$.

Diskutieren Sie jeweils, ob Sie mit diesen Angaben die Seitenlänge c bestimmen können. (5 Punkte)

(b) Geben Sie zwei Dreiecke $\Delta_{\mathbf{ABC}}$ und $\Delta_{\mathbf{A'B'C'}}$ in $\mathbb{E}^2$ derart an, dass sie den gleichen Innenwinkel $\alpha = \alpha' = \frac{\pi}{6}$ und die gleichen Seitenlängen $a = a' = 2\sqrt{2}$ und $b = b' = 4$ haben, sie aber nicht kongruent sind. (5 Punkte)

Aufgabe 4. In $\mathbb{E}^2$ sind die Punkte $\mathbf{D} = (1, -1)$, $\mathbf{E} = (3, 5)$ und $\mathbf{S} = (4, 2)$ gegeben. Bestimmen Sie die Eckpunkte $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ des Dreiecks in $\mathbb{E}^2$, für das $\mathbf{D}$ und $\mathbf{E}$ die Mittelpunkte der Seiten $\overline{\mathbf{AB}}$ bzw. $\overline{\mathbf{BC}}$ sind und $\mathbf{S}$ der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden. (10 Punkte)

BITTE DIE HINWEISE AUF DER RÜCKSEITE BEACHTEN!

- Abgabe der Lösungen bis Montag, 01.07.2019, um 10:00 Uhr in das Fach 170 im Lichthof neben dem Haupteingang.
- Bitte versehen Sie jedes Blatt Ihrer Lösung mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer, dem Termin und den Namen des Tutors der Übungsgruppe in der Ihre Lösungen zurückgegeben werden sollen.
- Gruppenabgaben von maximal drei Studierenden sind möglich.
- Bitte tackern Sie Ihre abgegebenen Lösungen zusammen.
- Die erste Klausur findet am Montag, 29.07.2019, zwischen 12:00 und 14:00 Uhr statt.
- Die Studienleistung erbringen Sie
  - durch regelmäßige und aktive Teilnahme an den Übungen,
  - durch erreichen von mindestens 40% der insgesamt möglichen Punkte aus allen Aufgabenblättern.